

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Études mathématiques
Niveau moyen
Épreuve 1

Mardi 3 novembre 2020 (après-midi)

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



Le total des points sera attribué pour une réponse correcte. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. La valeur du fer contenu dans l'astéroïde *16 Psyché* est estimée à 8973 quadrillions d'euros (EUR), où un quadrillion = 10^{15} .
- (a) Écrivez la valeur du fer sous la forme $a \times 10^k$, où $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [2]
- James croit que la forme de l'astéroïde est proche de celle d'une sphère de rayon égal à 113 km. Il utilise cette information pour en estimer le volume.
- (b) Calculez l'estimation du volume faite par James, en km^3 . [2]
- On a trouvé que le volume réel de l'astéroïde était de $6,074 \times 10^6 \text{ km}^3$.
- (c) Trouvez le pourcentage d'erreur dans l'estimation du volume faite par James. [2]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



2. La compagnie Olava's Pizza fournit et livre de grandes pizzas au fromage.

Le coût total pour le client, C , en kinas de Papouasie-Nouvelle-Guinée (PGK), est modélisé par la fonction

$$C(n) = 34,50n + 8,50, n \geq 2, n \in \mathbb{Z},$$

où n est le nombre de grandes pizzas au fromage commandées. Ce coût total inclut un coût fixe pour la livraison.

- (a) Indiquez, dans le contexte de la question,
 - (i) ce que la valeur de 34,50 représente ;
 - (ii) ce que la valeur de 8,50 représente. [2]
 - (b) Écrivez le nombre minimum de pizzas pouvant être commandées. [1]
- Kaelani a 450 PGK.
- (c) Trouvez le nombre maximum de grandes pizzas au fromage que Kaelani peut commander à la compagnie Olava's Pizza. [3]

Résolution :

Réponses :

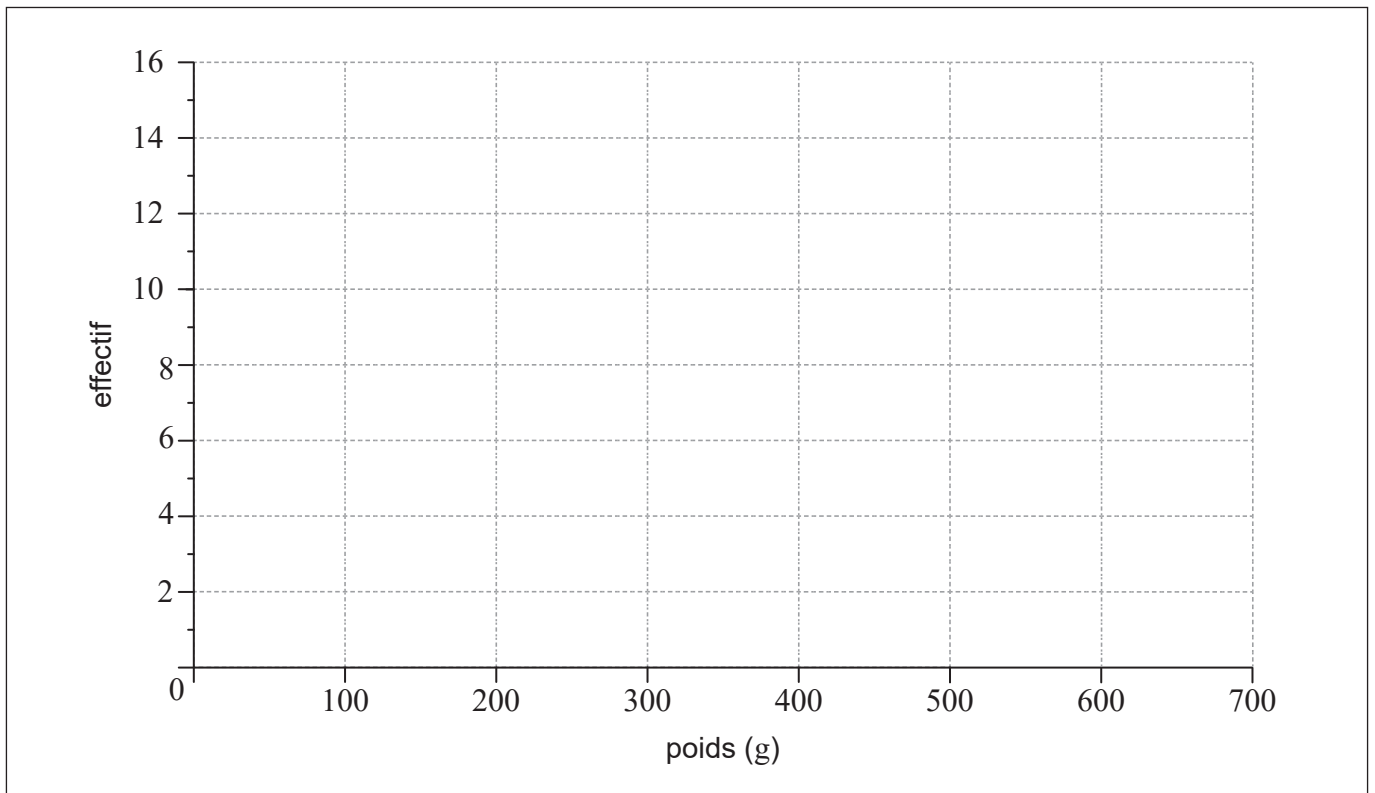
- (a) (i)
- (ii)
- (b)
- (c)



3. Hafizah a récolté 49 mangues sur sa ferme. Les poids des mangues, w , en grammes, sont montrés dans le tableau d'effectifs groupés suivant.

Poids (g)	$100 \leq w < 200$	$200 \leq w < 300$	$300 \leq w < 400$	$400 \leq w < 500$	$500 \leq w < 600$
Effectif	4	7	14	16	8

- (a) Écrivez la classe modale pour ces données. [1]
- (b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver une estimation de l'écart type des poids des mangues provenant de cette récolte. [2]
- (c) Sur le repère ci-dessous, dessinez un histogramme pour les données de ce tableau. [3]



Résolution :

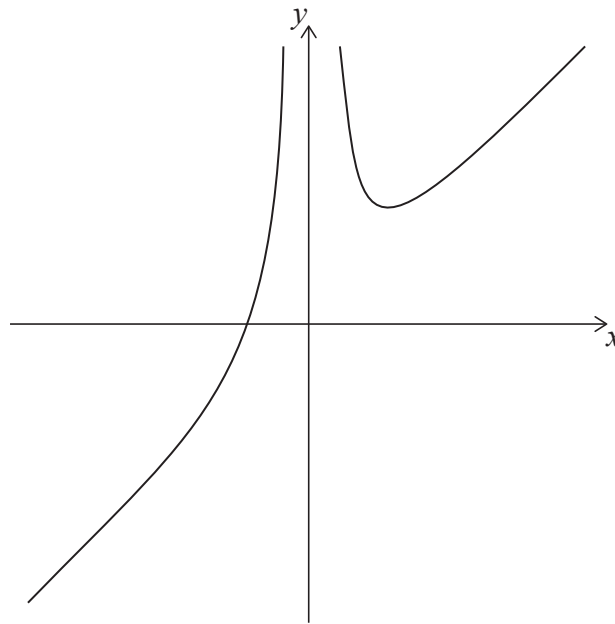
Réponses :

(a)

(b)



4. Considérez la représentation graphique de la fonction $f(x) = x + \frac{12}{x^2}$, $x \neq 0$.



(a) Écrivez

(i) le zéro de $f(x)$;

(ii) les coordonnées du minimum local.

[4]

Considérez la fonction $g(x) = 3 - x$.

(b) Résolvez $f(x) = g(x)$.

[2]

Résolution :

Réponses :

(a) (i)

(ii)

(b)



5. Lors d'un voyage en Espagne, Joe a changé 3400 dollars américains (USD) en euros (EUR) au taux de $1 \text{ USD} = 0,8550 \text{ EUR}$. Aucune commission n'a été facturée.

(a) Calculez le montant **exact** d'euros (EUR) reçus par Joe. [2]

Au cours de ce voyage, Joe a dépensé un total de 1473 euros. Il a ensuite changé les euros restants en dollars américains. Aucune commission n'a été facturée.

Le taux de change était de $1 \text{ USD} = 0,8494 \text{ EUR}$.

(b) Calculez le montant de dollars américains (USD) reçus par Joe. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [2]

En Espagne, Joe a payé 1077 euros pour une pièce d'or pesant 31,104 grammes.

Au moment de l'achat, le prix d'un gramme d'or était de x EUR.

(c) Trouvez la valeur de x . [2]

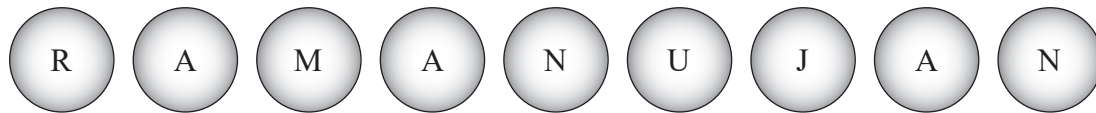
Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



6. Srinivasa place les neuf boules étiquetées (comme indiqué ci-dessous) dans une boîte.



Srinivasa choisit ensuite deux boules au hasard, une à la fois, de la boîte. La première boule **n'est pas remise** dans la boîte avant de choisir la deuxième.

- (a) Trouvez la probabilité que la première boule choisie soit
 - (i) étiquetée A ;
 - (ii) étiquetée A ou étiquetée N. [2]
- (b) Trouvez la probabilité que la deuxième boule choisie soit étiquetée A, étant donné que la première boule choisie était étiquetée N. [2]
- (c) Trouvez la probabilité que les deux boules choisies soient étiquetées N. [2]

Résolution :

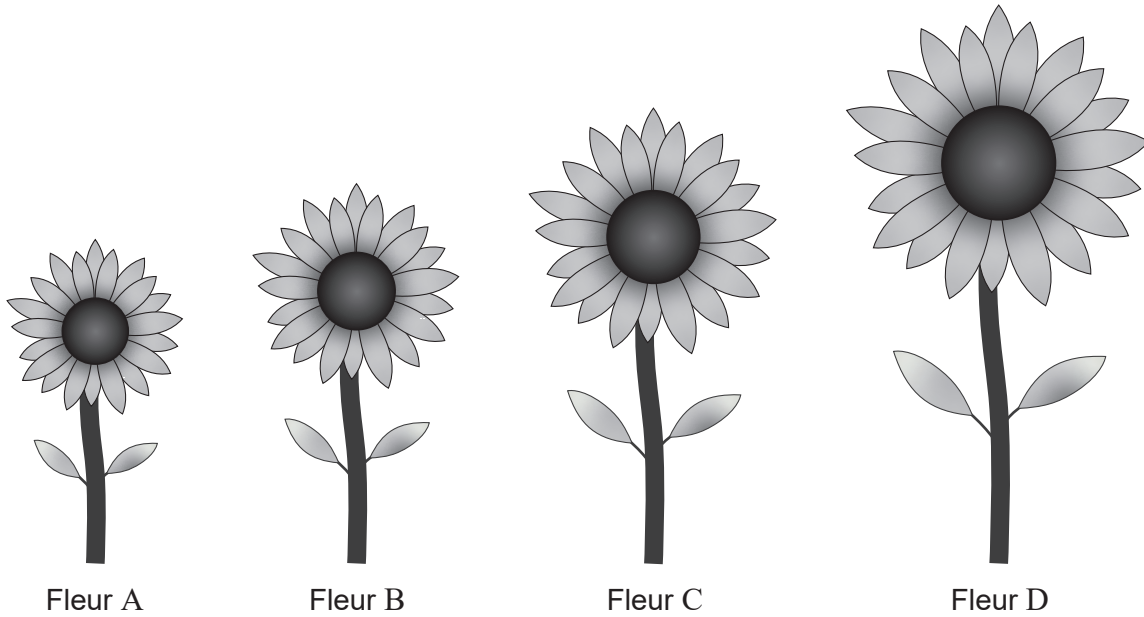
Réponses :

- (a) (i)
- (ii)
- (b)
- (c)



7. Anne-Marie a planté quatre tournesols par ordre de grandeur, du plus petit au plus grand.

la figure n'est pas à l'échelle



La Fleur C mesure 32 cm de hauteur.

La hauteur médiane des fleurs est de 24 cm.

(a) Trouvez la hauteur de la Fleur B. [2]

L'étendue des hauteurs est de 50 cm. La hauteur de la Fleur A est de p cm et la hauteur de la Fleur D est de q cm.

(b) En utilisant ces informations, écrivez une équation en p et q . [1]

La hauteur moyenne des fleurs est de 27 cm.

(c) Écrivez une deuxième équation en p et q . [1]

(d) En utilisant vos réponses aux parties (b) et (c), trouvez la hauteur de

(i) la Fleur A ;

(ii) la Fleur D. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 7)

Résolution :

Réponses :

(a)

(b)

(c)

.....

(d) (i)

(ii)



8. **Donnez vos réponses à cette question correctes à l'entier le plus près.**

Imon a investi 25 000 dollars de Singapour (SGD) dans un compte de dépôt fixe avec un taux d'intérêt annuel nominal de 3,6 %, composé **mensuellement**.

(a) Calculez la valeur de l'investissement d'Imon après 5 ans. [3]

Au bout des 5 ans, Imon retire x SGD du compte de dépôt fixe et réinvestit ce montant dans un compte de super-épargne avec un taux d'intérêt annuel nominal de 5,7 %, composé **semestriellement**.

La valeur du compte de super-épargne a augmenté et atteint 20 000 SGD après 18 mois.

(b) Trouvez la valeur de x . [3]

Résolution :

Réponses :

(a)

(b)



9. Considérez les deux énoncés p et q .

p : J'obtiens l'emploi
 q : J'ai de l'expérience

(a) Écrivez en mots $p \leftrightarrow \neg q$. [2]

(b) Complétez la table de vérité suivante. [2]

p	q	$\neg q$	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow \neg q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)$
V	V	F	V		
V	F	V	F		
F	V	F	F		
F	F	V	V		

(c) (i) Déterminez si l'énoncé composé $(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg q)$ est une tautologie, une contradiction ou ni l'une ni l'autre.

(ii) Justifiez votre réponse à la **partie (c)(i)**, en faisant référence à la table de vérité. [2]

Résolution :

Réponses :

(a)

.....

.....

.....

(c) (i)

(ii)



10. Lors de 90 trajets à son bureau, Isaac a noté s'il pleuvait ou non. Il a également enregistré son temps de trajet jusqu'au bureau et a classé chaque trajet comme court, moyen ou long.

De ses 90 trajets au bureau, il y a eu 3 trajets courts lorsqu'il pleuvait, 22 trajets moyens lorsqu'il pleuvait et 15 trajets longs lorsqu'il pleuvait. Il y a eu également 14 trajets courts lorsqu'il ne pleuvait pas.

Isaac a mené un test d'indépendance du χ^2 au seuil de signification de 5% sur ces données, en observant la météo et les types de trajets.

(a) Écrivez H_0 , l'hypothèse nulle pour ce test. [1]

(b) Trouvez le nombre espéré de trajets courts lorsqu'il pleuvait. [3]

La valeur p pour ce test est 0,0206.

(c) Indiquez la conclusion du test d'Isaac. Justifiez votre raisonnement. [2]

Résolution :

Réponses :

(a)

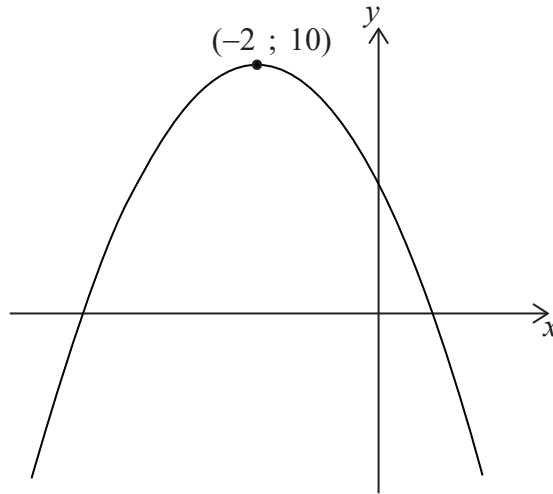
(b)

(c)

.....



11. Le diagramme montre la représentation graphique de la fonction du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$, dont le sommet est $(-2 ; 10)$.



L'équation $f(x) = k$ admet deux solutions. Une de ces solutions est $x=2$.

(a) Écrivez l'autre solution de $f(x) = k$. [2]

(b) Complétez le tableau ci-dessous en plaçant une coche (✓) pour montrer si les paramètres inconnus a et b sont positifs, zéro ou négatifs. La ligne pour c a été complétée en tant qu'exemple. [2]

	positif	zéro	négatif
a			
b			
c	✓		

(c) Indiquez les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est décroissante. [2]

Résolution :

Réponses :

(a)

(c)

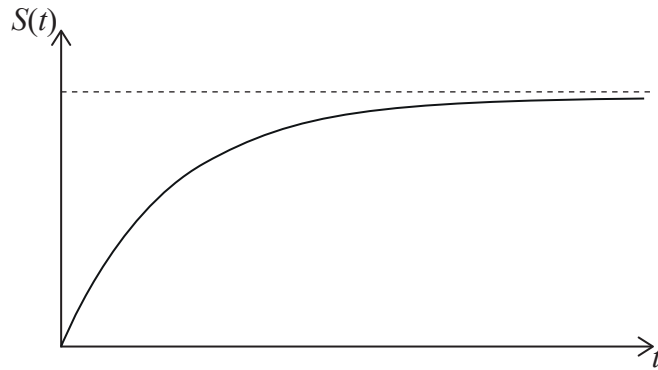


12. Jean-Pierre saute d'un avion qui vole à une altitude constante. Avant d'ouvrir son parachute, il traverse une période de chute libre.

La vitesse verticale de Jean-Pierre pendant sa chute libre, S , en m s^{-1} , est modélisée par la fonction suivante.

$$S(t) = K - 60(1,2^{-t}), t \geq 0$$

où t est le nombre de secondes après avoir sauté de l'avion, et K est une constante. Une esquisse de la vitesse verticale de Jean-Pierre en fonction du temps est montrée ci-dessous.



La vitesse verticale initiale de Jean-Pierre est de 0 m s^{-1} .

- (a) Trouvez la valeur de K . [2]
- (b) Dans le contexte du modèle, indiquez ce que l'asymptote horizontale représente. [1]
- (c) Trouvez la vitesse verticale de Jean-Pierre après 10 secondes. Donnez votre réponse en km h^{-1} . [3]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



13. Considérez la représentation graphique de la fonction $f(x) = x^2 - \frac{k}{x}$.

(a) Écrivez $f'(x)$. [3]

L'équation de la tangente à la représentation graphique de $y = f(x)$ en $x = -2$ est $2y = 4 - 5x$.

(b) Écrivez la pente de cette tangente. [1]

(c) Trouvez la valeur de k . [2]

Résolution :

Réponses :

- (a)
- (b)
- (c)



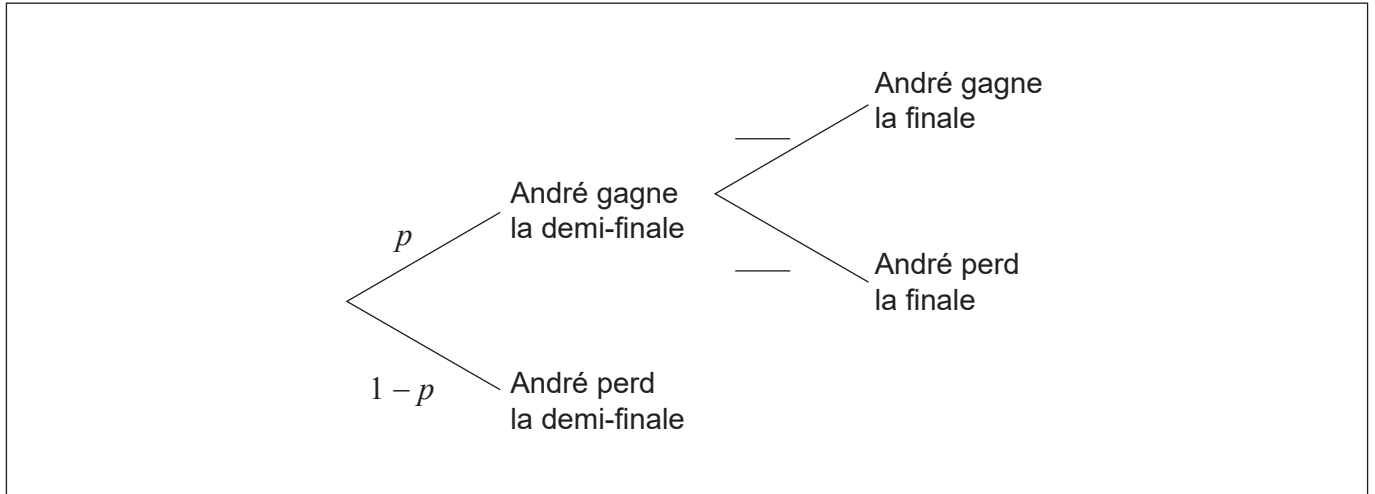
14. André jouera en demi-finale d'un tournoi de tennis.

Si André gagne la demi-finale, il passera en finale. Si André perd la demi-finale, il ne passera **pas** en finale.

Si André gagne la finale, il sera le champion.

La probabilité qu'André gagne la demi-finale est p . Si André gagne la demi-finale, alors la probabilité qu'il soit le champion est 0,6.

(a) Complétez les valeurs dans le diagramme en arbre. [1]



La probabilité qu'André ne soit pas le champion est 0,58.

(b) Trouvez la valeur de p . [2]

(c) Étant donné qu'André n'est pas devenu le champion, trouvez la probabilité qu'il ait perdu en demi-finale. [3]

Résolution :

Réponses :

(b)

(c)



15. Mia a fait une très grande tarte aux pommes qu'elle coupe en part afin de la partager avec ses amis. La plus petite part est coupée en premier. Les volumes de chaque part de tarte successive forment une suite géométrique.

La deuxième plus petite part a un volume de 30 cm^3 . La cinquième plus petite part a un volume de 240 cm^3 .

(a) Trouvez la raison de cette suite. [2]

(b) Trouvez le volume de la plus petite part de tarte. [2]

Le volume de la tarte aux pommes est de $61\,425\text{ cm}^3$.

(c) Trouvez le nombre total de parts que Mia peut couper à partir de cette tarte. [2]

Résolution :

Réponses :

(a)

(b)

(c)



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



20EP18

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



20EP19

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



20EP20